

基于拟动力学的航空发动机主轴球轴承 热弹流润滑分析

史修江, 王黎钦, 古 乐, 郑德志, 赵小力
(哈尔滨工业大学 机电工程学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 以航空发动机主轴球轴承高速高温重载典型工况为算例, 基于轴承拟动力学分析, 得到滚动体与套圈之间的微接触区运动和受力状态, 分别用 Hamrock-Dowson(H-D)拟合公式和翟文杰热修正公式计算了最小膜厚(MFT), 同时结合热弹流润滑分析得到最小膜厚分布, 对比了试验测试、H-D 拟合、翟文杰热修正和热弹流润滑分析 4 种算法的最小膜厚, 并根据膜厚比判定了轴承的弹流润滑状态. 结果表明: H-D 拟合和翟文杰热修正最小膜厚与试验测试结果相差较远, 热弹流润滑分析结果与试验数据吻合性较好, 误差 10% 以内; 探讨了不同工况下的轴承弹流润滑性能. 结果表明: 存在径向载荷时, 润滑膜整体压力增大, 膜厚减小; 随着转速增大, 压力减小, 膜厚增大, 但是增大的趋势减缓.

关 键 词: 航空发动机主轴球轴承; 拟动力学; 热弹流; 最小膜厚; 载荷; 转速

中图分类号: V231 **文献标志码:** A

Thermal elastohydrodynamic lubrication analysis of aero-engine mainshaft ball bearing based on quasi-dynamic

SHI Xiu-jiang, WANG Li-qin, GU Le,
ZHENG De-zhi, ZHAO Xiao-li
(School of Mechatronics Engineering,
Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: Taking aero-engine mainshaft ball bearing under typical high speed and load conditions as cases, the motion and loaded states of micro-contact region were obtained based on quasi-dynamic analysis, and the minimum film thickness (MFT) was estimated with Hamrock-Dowson (H-D) formula and ZHAI Wenjie thermal modified formula; meanwhile, the MFT under various conditions was acquired through thermal elastohydrodynamic lubrication (EHL) analysis. Comparing the MFT of experiment testing, H-D, ZHAI Wenjie and numerical analysis, the EHL status was ensured by film thickness ratio. Results indicate that H-D and ZHAI Wenjie's MFT have large difference with experiment results, but numerical analysis shows a well agreement with experiment data and the error is within 10%. The operating condition effects on EHL property were discussed. Results indicate the global film pressure increases and the thickness decreases in the presence of radial load; the film pressure decreases and the thickness increases with the increase of speed, but the trend becomes slower.

Key words: aero-engine mainshaft ball bearing; quasi-dynamic;
thermal elastohydrodynamic lubrication;
minimum film thickness; load; speed

随着航空科技的高速发展,航空发动机转速越来越高,轴承内径 d 与轴承转速 n 的乘积 $d \cdot n$ 已达到 $3 \times 10^6 \text{ mm} \cdot \text{r/min}$ 以上. 航空发动机转速的不断提高对主轴承是一个新的挑战,因为主轴承将面临极为恶劣的高速、高温和重载工况^[1-6],很容易发生高温润滑失效. 最小膜厚是保证润滑安全的最重要参量之一,Hamrock 等^[7]研究给出了 H-D 最小膜厚拟合公式,在普通工况下较为适用,但是高速重载等波动较大的工况下不再适用. 清华大学梁鹤、郭丹和雒建斌^[8]试验测得高速重载下润滑膜厚度远小于 H-D 拟合公式膜厚. 然而目前很多航空发动机主轴轴承的动力学计算中仍然简化润滑计算,用拟合公式来代替,甚至忽略油膜厚度,造成较大的误差. 翟文杰等^[9]提出考虑热修正因子的最小膜厚算法,但是拟合公式不能普遍适用于所有工况. 现在已有很多文献证明拟合公式都具有一定的适用范围,超出该范围便不再适用. Lubrecht 等^[10], Canzi 等^[11]和 ZHU Dong^[12]研究指出最小膜厚拟合公式具有局限性,不应该过多依赖,应该通过详细数值分析和试验得到. 因此,本文以航空发动机主轴球轴承拟动力学分析结果为基础,采用多重网格法进行热弹流润滑分析得到微接触区润滑状态,填补已有公式和算法的不足之处,为轴承高速重载高温剪切润滑状态的判定提供理论依据.

1 数值分析方程

本文主要研究航空发动机轴承滚动体与套圈微接触区域的润滑状态,首先需要通过对整个轴承宏观力学和运动分析得到微接触区的受力和运动状态. 由于拟静力学分析模型对航空轴承动态性能计算精度较低,动力学模型计算量太大不实用. 因此本文采用计算精度较高而又实用的拟动力学计算模型,拟动力学平衡方程组的求解见文献^[13]. 图 1 是航空发动机主轴球轴承滚动体与套圈的接触示意图.

由图 1 可知,假设内圈旋转,外圈固定,当只考虑 x 方向滚动速度,即接触椭圆短轴方向速度时(y 方向速度与 x 方向相比非常小,故忽略),球与外、内圈接触中心的卷吸速度 U_1 和 U_2 为

$$U_1 = \frac{\omega_{Oj}}{4} D_m + \frac{1}{2} (\omega_{Oj} \cdot \cos \alpha_{1j} + \omega_{xj} \cdot \cos \alpha_{1j} + \omega_{zj} \cdot \sin \alpha_{1j}) \cdot \left[R_1 - \sqrt{R_1^2 - a_{1j}^2} + \sqrt{\left(\frac{D_w}{2} \right)^2 - a_{1j}^2} \right] \quad (1)$$

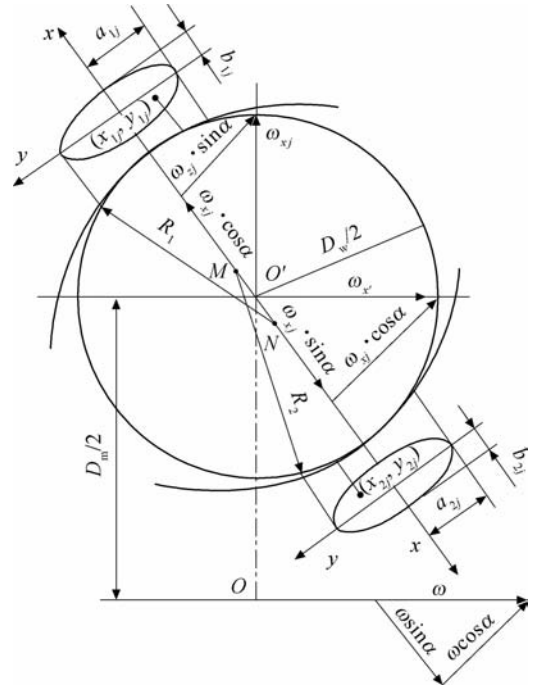


图 1 滚动体与套圈接触示意图
Fig. 1 Contact diagram of ball and race

$$U_2 = \frac{(\omega_2 - \omega_{Oj})}{4} D_m - \frac{1}{2} [(\omega_2 - \omega_{Oj}) \cos \alpha_{2j} - \omega_{xj} \cdot \cos \alpha_{2j} - \omega_{zj} \cdot \sin \alpha_{2j}] \cdot \left[R_2 - \sqrt{R_2^2 - a_{2j}^2} + \sqrt{\left(\frac{D_w}{2} \right)^2 - a_{2j}^2} \right] \quad (2)$$

式中 ω_2 为内圈角速度, ω_{Oj} , ω_{xj} 和 ω_{zj} 分别为第 j 个滚动体的公转角速度、绕 x 轴和 z 轴的自转角速度; D_m , D_w 为轴承节圆直径和滚动体直径; R_1 , R_2 为外、内沟道曲率半径; α 为滚动体与套圈的接触角,与外圈接触时, $\alpha = \alpha_{1j}$ 与内圈接触时 $\alpha = \alpha_{2j}$; a_{1j} 和 b_{1j} 为滚动体与外圈的接触椭圆长短半轴; a_{2j} 和 b_{2j} 为滚动体与内圈的接触椭圆长短半轴.

拟动力学分析得到接触工况后,进行热弹流润滑分析,主要通过求解 Reynolds 方程,膜厚方程和能量方程得到润滑状态. 牛顿流体稳态条件下考虑热效应的椭圆接触 Reynolds^[14]方程为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{\rho}{\eta} \right)_e \cdot h^3 \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\rho}{\eta} \right)_e \cdot h^3 \cdot \frac{\partial p}{\partial y} \right] = 12U \frac{\partial (\rho^* h)}{\partial x} \quad (3)$$

Reynolds 方程的边界条件为

$$p(x_{in}, y) = p(x_{out}, y) = 0$$

$$p(x, y_{in}) = p(x, y_{out}) = 0$$

$$p(x, y) \geq 0 (x_{in} < x < x_{out}, y_{in} < y < y_{out})$$

式中 x 为椭圆接触区短轴坐标,即滚动体滚动方向; y 为椭圆接触区长轴坐标,即与滚动体滚动方

向垂直的方向; p 为流体压力; h 为油膜厚度; η 为润滑油动力黏度, ρ 为润滑油密度.

考虑弹性变形时,椭圆接触润滑膜膜厚方程为

$$h(x,y)=h_0+\frac{x^2}{2R_x}+\frac{y^2}{2R_y}-\frac{2}{\pi E'}\iint\frac{p(x',y')}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}}dx'dy' \tag{4}$$

式中 h_0 为刚体中心膜厚; R_x 和 R_y 为滚动体与套圈的曲率半径; E' 为滚动体与套圈的综合弹性模量;膜厚方程中的第 4 项是弹性变形项.

Dowson 和 Higginson^[15] 提出的考虑热效应的密压密温经验公式为

$$\rho=\rho_0[1+C_1p/(1+C_2p)-C_3(t-t_0)] \tag{5}$$

式中 C_1 和 C_2 为密压系数; C_3 为密温系数; t_0 为环境温度; t 为润滑剂温度.

考虑热效应的 Roelands^[16] 黏压黏温公式为

$$\eta=\eta_0\cdot\exp\left\{(\ln\eta_0+9.67)\times\left[-1+(1+5.1\times10^{-9}p)^{s_0}\cdot\left(\frac{t-138}{t_0-138}\right)-s_0\right]\right\} \tag{6}$$

式中 η_0 为环境黏度; z_0 为 Roelands 黏压系数; s_0 为 Roelands 黏温系数.

润滑膜压力在椭圆接触范围内积分可得到承载载荷

$$W=\iint pdxdy \tag{7}$$

润滑膜的能量方程为

$$c\left(\rho u\frac{\partial t}{\partial x}+\rho v\frac{\partial t}{\partial y}-q\frac{\partial t}{\partial z}\right)-\kappa\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}=-\frac{t}{\rho}\cdot\frac{\partial\rho}{\partial t}\left(u\frac{\partial p}{\partial x}+v\frac{\partial p}{\partial y}\right)+\eta\left[\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2\right] \tag{8}$$

式中 z 为膜厚方向坐标,垂直于接触椭圆方向; c 为润滑油比热容; κ 为润滑油导热系数; u 和 v 为润滑油在 x,y 方向的流速; q 为流量.

滚动体与套圈的热传导方程为

$$\begin{cases} c_1\rho_1U_1\frac{\partial t}{\partial x}=\kappa_1\frac{\partial^2 t}{\partial z_1^2} \\ c_2\rho_2U_2\frac{\partial t}{\partial x}=\kappa_2\frac{\partial^2 t}{\partial z_2^2} \end{cases} \tag{9}$$

固体 1、2 温度边界条件为 $t(x_{in},y,z_1)=t_0$, $t(x,y,-d)=t_0$; $t(x_{in},y,z_2)=t_0$, $t(x,y,d)=t_0$.

式(9)中 c_1 和 c_2 为滚动体与套圈的比热容; κ_1 和 κ_2 为滚动体与套圈的导热系数; ρ_1 和 ρ_2 为滚动体与套圈的密度; z_1 和 z_2 为膜厚方向的坐标

变量, $z_1=-d$, $z_2=d$, d 为滚动体与套圈的温度渗透层厚度.

2 数值分析方法

在拟动力学分析中,采用 Matlab 进行编程,通过牛顿拉夫逊法和龙格库塔法求解滚动体、套圈和保持架的拟动力学平衡方程,获得滚动体与套圈的微接触区运动和受力状态.航空发动机主轴球轴承拟动力学方程具体求解过程见文献[13].将获得的接触工况读入热弹流润滑程序进行热弹流润滑分析.在热弹流润滑分析中,首先将润滑方程无量纲化和离散化^[17],然后用多重网格法对压力进行求解,用多重网格积分法求解弹性变形,用 Gauss-Seidel 迭代法求得完全数值解.求解压力所用的网格共 5 层,最高层 x 和 y 方向的网格节点数都为 257.温度的求解采用逐列扫描法,温度场分析使用的网格与压力分析最高层使用网格完全相同,膜厚方向划分为 26 个节点,包括两固体内部各 6 个节点,油膜内 14 个节点.整个分析流程如图 2,图中 L 表示循环次数.

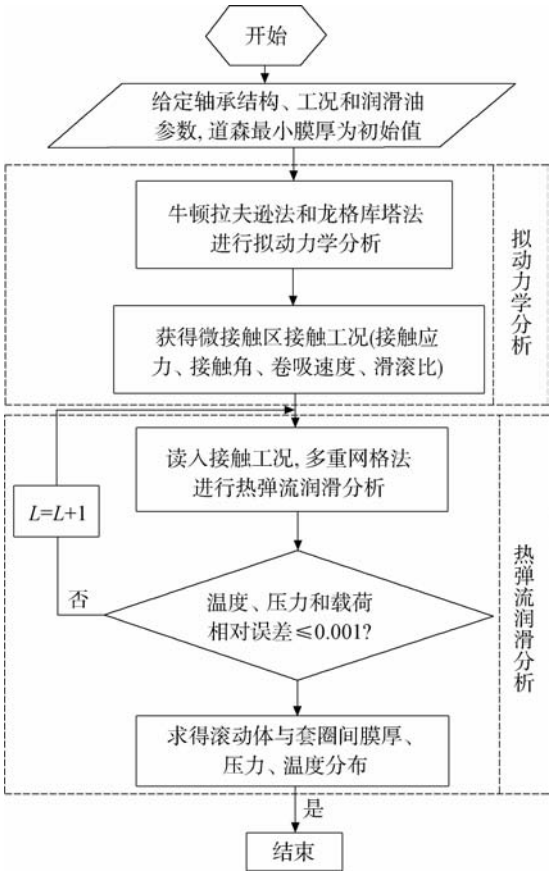


图 2 数值分析流程图

Fig. 2 Flow diagram of numerical analysis

3 结果与讨论

3.1 最小膜厚计算比较

表 1 和表 2 是进行航空发动机主轴球轴承拟动力学分析时的输入参数,包括球轴承材料参数、几何参数和工况参数.航空发动机主轴球轴承和航空润滑油分别采用文献[18]中的 476728NQ 轴承和 4109 航空润滑油,航空润滑油的环境黏度为 $0.033\text{ Pa}\cdot\text{s}$,黏压系数为 $1.28\times 10^{-8}\text{ Pa}^{-1}$,黏温系数为 $0.032\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$,导热系数为 $0.0966\text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$.

以工况 3 和工况 5 为算例,用 Matlab 编程完成拟动力学分析,获得图 3 滚动体与内、外套圈在不同方位角下的接触区工况(接触载荷 Q 、接触角 α 和卷吸速度 U)分布.

拟动力学分析得到微接触区接触工况后,分别用 H-D 拟合公式和翟文杰热修正公式求得所有滚动体与内、外套圈的最小膜厚 $h_{\min}$ 分布如图 4.由图可知,最小膜厚都出现在内圈方位角 360° 处,原因是内圈曲率半径小,相对线速度小,膜厚小,并且此处受到的接触载荷最大,故膜厚最小.热修正算法最小膜厚要比 H-D 拟合算法小,H-D 拟合最小膜厚为 $1.77\text{ }\mu\text{m}$,热修正最小膜厚为

$0.88\text{ }\mu\text{m}$,主要是由于热效应引起的.径向载荷存在使得最小膜厚分布不均匀,原因是径向载荷的存在使得接触区的接触载荷与接触角变化造成的.只有轴向载荷时,接触载荷均匀分布,最小膜厚基本不变.

基于拟动力学分析,将各接触工况依次读入热弹流计算程序,进行热弹流润滑数值分析,将不同工况下内圈滚动体受载最大处的试验测试、H-D 拟合、翟文杰热修正和数值分析 4 种算法得到的最小膜厚进行对比,结果见表 3.由表 3 可知,H-D 拟合最小膜厚与试验测试最小膜厚相差甚远,主要原因是拟合公式忽略热效应影响,翟文杰热修正最小膜厚在一定程度上减小了与试验测试的误差,但误差仍然较大.本文热弹流润滑数值分析结果得到的最小膜厚和试验实测最小膜厚吻合较好,误差稳定在 10% 以内.在高速高温工况下,热效应对润滑膜的影响非常大也非常复杂,拟合算法和热修正算法对最小膜厚的估计偏差较大不适用.在工程实际中,尤其是工况较为苛刻的情况下,要想得到较为准确的润滑状态需要进行详细的弹流数值分析,而本文基于拟动力学分析的弹流润滑研究证明是可行的,可用于判定航空发动机主轴球轴承油膜润滑状态.

表 1 航空发动机主轴球轴承参数^[13,18]
Table 1 Parameters of aero-engine mainshaft ball bearing^[13,18]

参数名称	数值	参数名称	数值
滚动体和套圈弹性模量/GPa	218	轴承内径/mm	140
滚动体和套圈泊松比	0.3	轴承外径/mm	225
滚动体和套圈密度/(kg/m ³)	7 870	滚动体直径/mm	15.4
保持架弹性模量/GPa	209	初始接触角/($^{\circ}$)	26
保持架泊松比	0.3	滚动体个数	18
保持架密度/(kg/m ³)	7 870	内、外沟道曲率系数	0.515,0.525

表 2 阻容(R-C)振荡法试验工况^[18]
Tabal 2 Experimental conditions of resistance-capacitance (R-C) oscillation method^[18]

工况号	径向载荷/kN	轴向载荷/kN	内圈转速/ 10^3 (r/min)	进油温度/ $^{\circ}\text{C}$	外圈转速/(r/min)
1	2	15	7	72	0
2	2	15	8	74	0
3	2	15	10	80	0
4	0	15	7	70	0
5	0	15	10	79	0
6	0	15	12	87	0

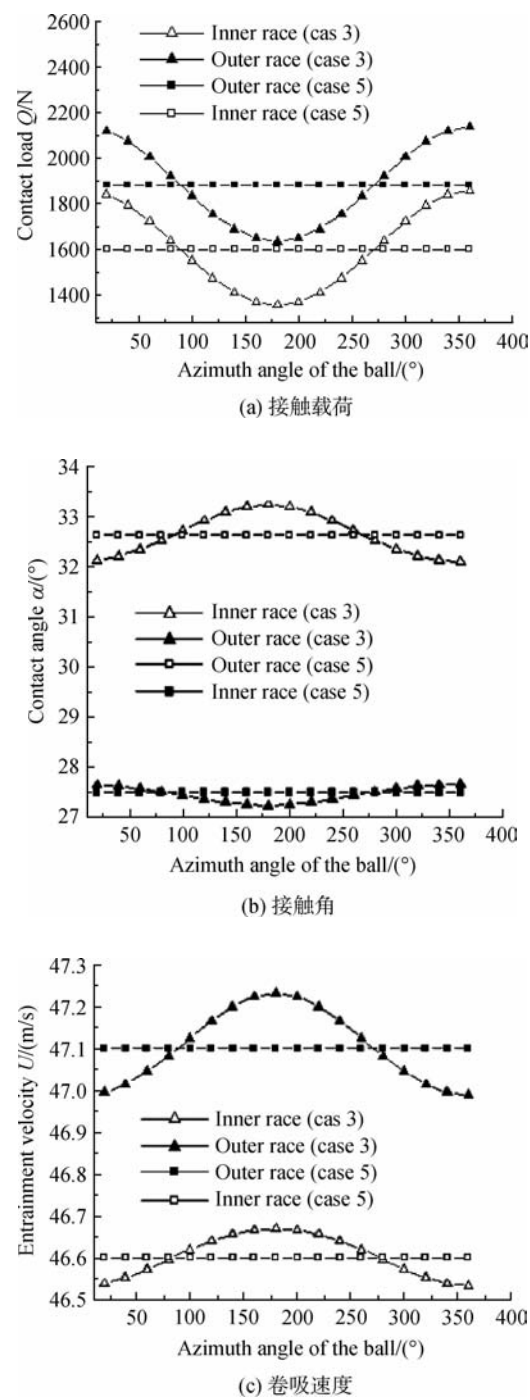


图 3 不同方位角下接触工况分布
Fig. 3 Contact conditions distribution under different azimuth angles of the ball

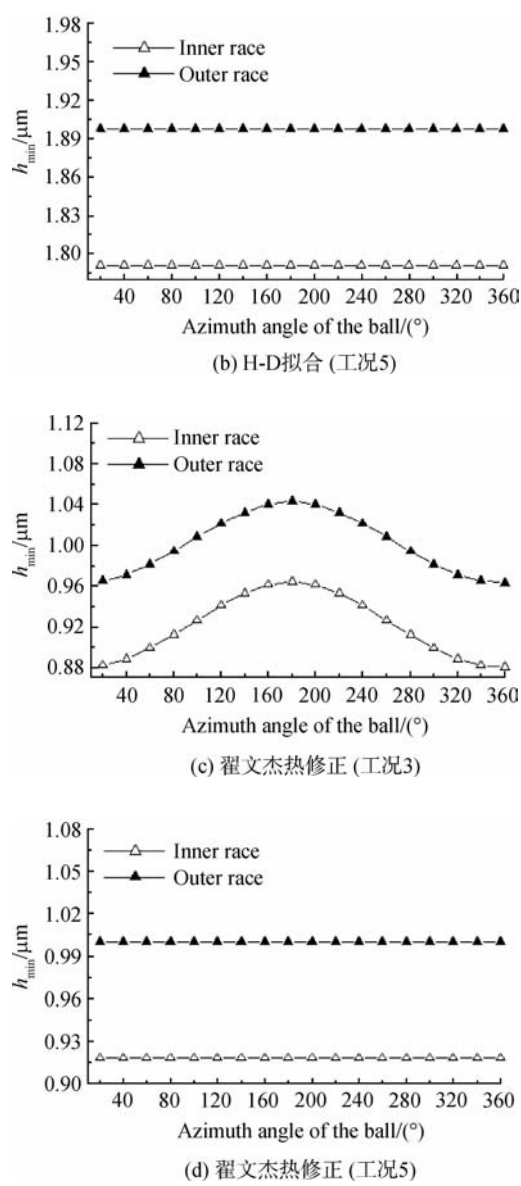
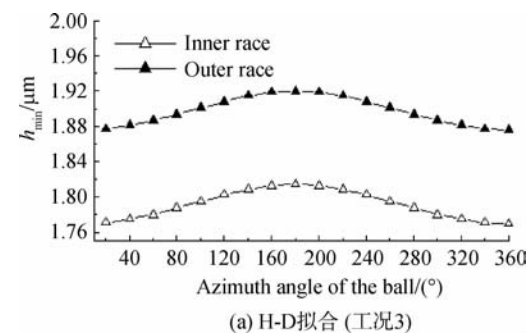


图 4 不同方位角的最小膜厚分布
Fig. 4 Minimum film thickness distribution under different azimuth angles of the ball

表 3 中同时给出了热弹流润滑分析的膜厚比 λ , 在工程应用中, 常用最小膜厚与综合表面粗糙度 (膜厚比) 的比值来判断接触点处的润滑状态, λ 的计算公式为

$$\lambda = h_{\min} / \sqrt{\sigma_{a1}^2 + \sigma_{a2}^2} \quad (10)$$

式中 σ_{a1} 和 σ_{a2} 分别为两接触表面的表面粗糙度算术平均偏差, 根据航空轴承厂家提供的实测数据, 滚动体和滚道表面粗糙度算术平均值均为 0.08 μm , 由表可知 λ 值均大于 3, 故该航空发动机主轴球轴承在这些工况下均工作在全膜弹流润滑状态。

3.2 载荷对轴承油膜厚度和压力的影响

以工况 3 (有径向载荷) 和工况 5 (无径向载

表 3 4 种算法的最小膜厚

Tabal 3 Minimum film thickness of four kinds of algorithm

工况号	$h_{\min}/\mu\text{m}$				λ
	试验测试 ^[18]	H-D 拟合	翟文杰热修正	热弹流润滑分析	
1	0.430	1.405	0.689	0.463	4.1
2	0.470	1.540	0.754	0.475	4.2
3	0.490	1.794	0.879	0.492	4.4
4	0.440	1.420	0.718	0.478	4.2
5	0.503	1.814	0.918	0.502	4.4
6	0.510	2.055	1.044	0.509	4.5

荷)为算例,拟动力学分析后进行热弹流润滑分析,得到航空发动机主轴球轴承内圈受载最大滚动体的润滑油压力、膜厚和温度三维分布图 5. 由图可知,润滑膜最大压力约为 1.6 GPa,最小膜厚约为 0.4 μm ,接触区最大温度约为 300 $^{\circ}\text{C}$,出口温度约为 100 $^{\circ}\text{C}$,并且在出口区,航空润滑油油膜出现明显的出口颈缩、二次压力峰和温度峰.

图 6 是在工况 3 和工况 5 下,航空发动机主轴球轴承内圈受载最大的滚动体在 x 方向和 y 方向上润滑膜的无量纲压力和膜厚分布图. 图中 $\bar{p}$ 为无量纲压力, $\bar{h}$ 为无量纲膜厚, $\bar{t}$ 为无量纲温

度, $\bar{x}$ 为无量纲滚动方向坐标, $\bar{y}$ 为垂直与无量纲滚动方向坐标. 由图可知,当存在径向载荷时,润滑膜沿 x 方向和 y 方向的压力均增大,膜厚均减小. 原因是存在径向载荷时,增大了接触区的法向接触应力,从而使膜厚减小.

3.3 转速对轴承油膜厚度和压力的影响

图 7 和图 8 是在工况 4、工况 5 和工况 6 下,内圈受载最大的球在 x 方向和在 y 方向的无量纲压力和膜厚分布图. 由以下 4 图可知,随着转速的提高,航空发动机主轴球轴承润滑膜的压力减小,膜厚增大,并且膜厚增大的趋势变缓. 主要原

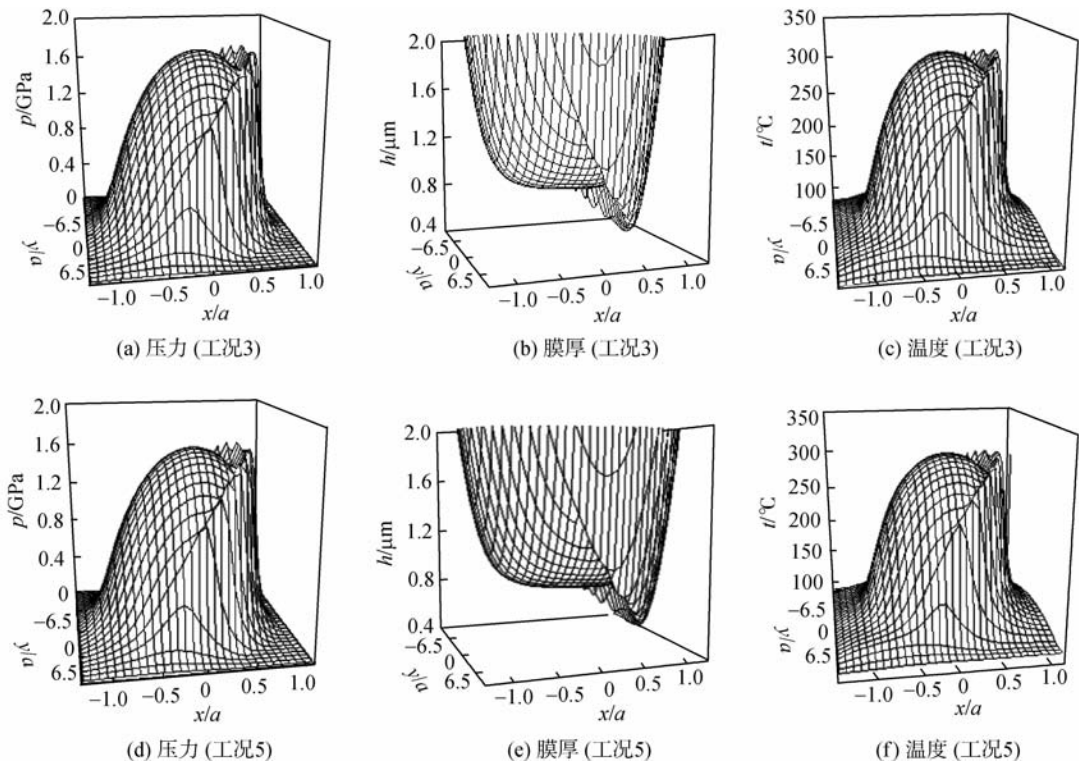


图 5 工况 3 和工况 5 的压力、膜厚和温度分布

Fig. 5 Pressure, film thickness and temperature distribution under case 3 and case 5

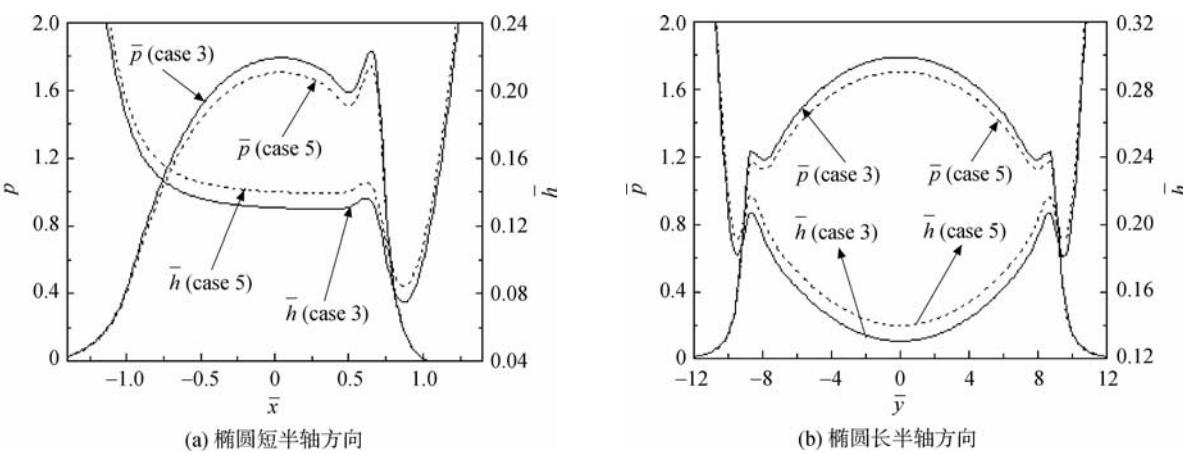


图 6 工况 3 和工况 5 的无量纲压力和膜厚分布

Fig. 6 Non-dimensional pressure and film thickness distribution under case 3 and case 5

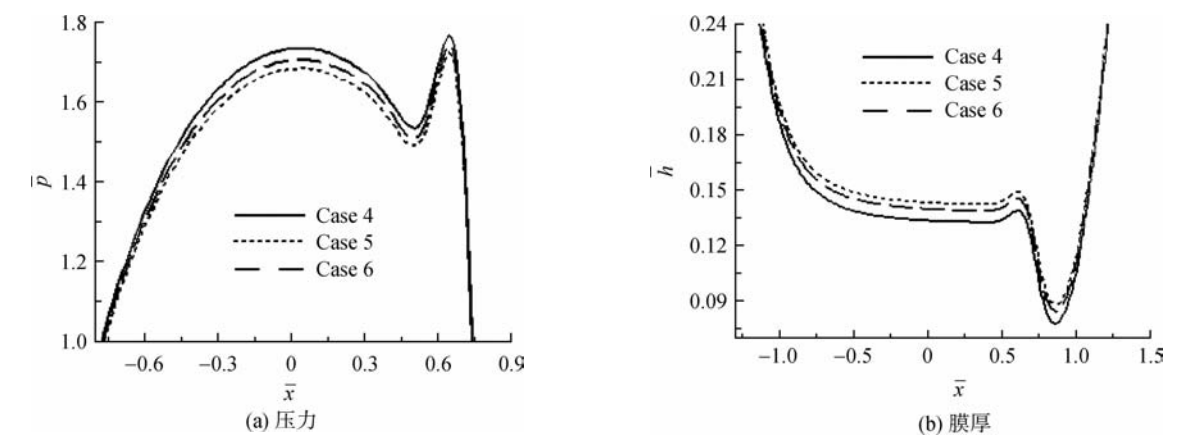


图 7 x 方向无量纲压力和膜厚分布 ($y=0$)

Fig. 7 Non-dimensional pressure and film thickness distribution along x direction ($y=0$)

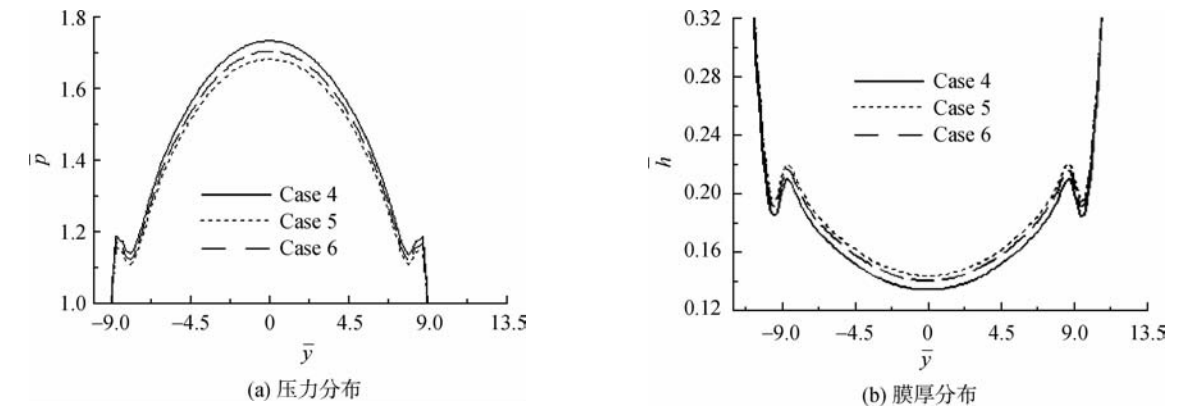


图 8 y 方向无量纲压力和膜厚分布 ($x=0$)

Fig. 8 Non-dimensional pressure and film thickness distribution along y direction ($x=0$)

因是随着轴承转速的提高,滚动体受到的离心力越来越大,平衡掉润滑膜受到的部分载荷,故压力减小,膜厚增大,受热效应的影响转速越大,膜厚增大趋势变缓。

4 结 论

本文基于拟动力学分析结果,对高速重载典型工况下的航空发动机主轴球轴承进行热弹流润

滑分析,得到如下几个结论:

1) 用 H-D 拟合公式和翟文杰热修正公式求得的航空发动机主轴球轴承最小膜厚均出现在内圈受载最大的滚动体处,受热效应影响,热修正算法最小膜厚要比 H-D 拟合算法小. 径向载荷的存在使得最小膜厚分布不均匀,滚动体与套圈的最小膜厚先增大后减小. 只有轴向载荷时,接触载荷均匀分布,最小膜厚基本不变.

2) 通过对比各工况下的试验测试、H-D 拟合、翟文杰热修正与热弹流润滑分析最小膜厚,结果表明 H-D 拟合算法和翟文杰热修正算法与试验测试数据偏差较大,而本文基于拟动力学分析的热弹流润滑分析结果与试验数据吻合较好,误差 10% 以内,并判定轴承工作在全膜弹流润滑状态.

3) 得到航空轴承润滑膜的膜厚、压力和温度三维分布,径向载荷的存在使得润滑膜整体压力相对增大,膜厚相对减小;随着轴承内圈转速的增大,压力逐渐减小,膜厚逐渐增大,但是受热效应影响,膜厚增大趋势减弱.

参考文献:

[1] 陈观慈,王黎钦,古乐,等. 高速球轴承的生热分析[J]. 航空动力学报,2007,22(1):165-168.
CHEN Guanci, WANG Liqin, GU Le, et al. Heating analysis of the high speed ball bearing[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(1): 165-168. (in Chinese)

[2] 叶振环. 航空发动机高速滚动轴承动力学行为研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2013.
YE Zhenhuan. Research on dynamic behavior of high-speed rolling bearing in aeroengines[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013. (in Chinese)

[3] Sakaguchi T, Harada K. Dynamic analysis of cage behavior in a tapered roller bearing[J]. Journal of Tribology, 2006, 128(3): 604-611.

[4] 王黎钦,崔立,郑德志,等. 航空发动机高速球轴承动态特性分析[J]. 航空学报,2007,28(6):1461-1467.
WANG Liqin, CUI Li, ZHENG Dezhi, et al. Analysis on dynamic characteristics of aero-engine high speed ball bearings[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007, 28(6): 1461-1467. (in Chinese)

[5] 邓四二,付金辉,王燕霜,等. 航空发动机滚动轴承双转子系统动态特性分析[J]. 航空动力学报,2013,28(1):195-204.
DENG Sier, FU Jinhui, WANG Yanshuang, et al. Analysis on dynamic characteristics of aero-engine rolling bearing/dual-rotor system[J]. Journal of Aerospace Power, 2013,

28(1):195-204. (in Chinese)

[6] 胡绚,罗贵火,高德平. 圆柱滚子中介轴承拟静力学分析[J]. 航空动力学报,2006,21(6):1069-1074.
HU Xuan, LUO Guihuo, GAO Deping. Quasi-static analysis of cylindrical roller intershaft bearing[J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(6): 1069-1074. (in Chinese)

[7] Hamrock B J, Dowson D. Isothermal elastohydrodynamic lubrication of point contacts; Part III fully flooded results[J]. Journal of Lubrication Technology, 1977, 99(2): 261-276.

[8] 梁鹤,郭丹,雒建斌. 高速下弹流润滑膜厚性质的试验与数值计算结果比较[R]. 兰州: 中国机械工程学会摩擦学分会第十一届全国摩擦学大会, 2013.

[9] 翟文杰,张鹏顺. 全膜点接触热弹流的油膜特性及最小膜厚热修正公式[J]. 机械设计, 1995(7): 27-29.
ZHAI Wenjie, ZHANG Pengshun. Oil film properties and minimum film thickness thermal modified formula of whole point contact thermal elastohydrodynamic[J]. Mechanical Design, 1995(7): 27-29. (in Chinese)

[10] Lubrecht A A, Venner C H, Colin F. Film thickness calculation in elastohydrodynamic lubricated line and elliptical contacts[J]. Journal of Engineering Tribology, 2009, 223(3): 511-515.

[11] Canzi A, Venner C H, Lubrecht A A. Film thickness prediction in elastohydrodynamically lubricated elliptical contact[J]. Journal of Engineering Tribology, 2010, 224(9): 917-923.

[12] ZHU Dong. Elastohydrodynamic lubrication in extended parameter ranges; Part II load effect[J]. Tribology Transactions, 2002, 45(4): 549-555.

[13] 崔立. 航空发动机高速滚动轴承及转子系统的动态性能研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2008.
CUI Li. Research on dynamic performances of high-speed rolling bearing and rotor system of aeroengine[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2008. (in Chinese)

[14] Yang P, Wen S. A generalized Reynolds equation for non-newtonian thermal elastohydrodynamic lubrication [J]. Journal of Tribology, 1990, 112(4): 631-636.

[15] Dowson D, Higginson G R. Elasto-hydrodynamic lubrication[M]. New York: Pergamon Press, 1977.

[16] Roelands C J A. Correlation aspects of viscosity-temperature-pressure relationship of lubricating oils [D]. Delft: Netherlands; Delft University of Technology, 1966.

[17] 邹艳,杨沛然. 自旋对椭圆接触热弹流润滑的影响[J]. 摩擦学学报, 2009, 29(6): 612-617.
HUAN Yan, YANG Peiran. The influence of spinning on thermal EHL in elliptical contacts[J]. Tribology, 2009, 29(6): 612-617. (in Chinese)

[18] 张鹏顺,翟文杰,战明学,等. 航空发动机三种典型主轴轴承的弹流油膜状态的测试研究[R]. 武汉: 中国机械工程学会摩擦学分会第五届全国摩擦学学术会议, 1992.

(编辑:秦理曼、王碧珺)